Grundwissen

Klasse 5

Peis/Schranner 2024

GW 5/1 Zahlenmengen

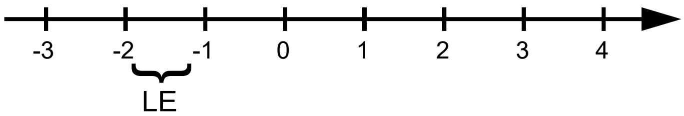
Zahlenmengen und Zahlengerade

Menge der **natürlichen Zahlen** $\mathbb{N} = \{1,2,3,4,5,\dots\}$

Menge der Natürlichen Zahlen mit Null $\mathbb{N}_0 = \{0,1,2,3,4,5,\dots\}$

Menge der **ganzen Zahlen** $\mathbb{Z} = \{\dots,-2,-1,0,1,2,3,4,5,\dots\}$

Auf der **Zahlengerade** liegen die **negativen Zahlen** (−1, −2, −3, …) links von der Null, die **positiven Zahlen** (+1, +2, +3, ...) rechts von der Null.
Die Entfernung zweier Punkte auf der Zahlengerade, die zu benachbarten ganzen Zahlen gehören, ist stets gleich groß und heißt **Längeneinheit** (LE).



Je größer die Zahl ist, desto weiter rechts steht sie auf der Zahlengerade.
Beispiele: $-2 < -1$ $-2 < 4$ $3 < 7$

GW 5/2 Ganze Zahlen (I)

Betrag, Gegenzahl und Runden

Die Entfernung einer Zahl a auf der Zahlengerade von der Zahl Null heißt **Betrag von a** und wird mit $|\boldsymbol{a}|$ bezeichnet**.**

Beispiele: $|-7| = 7$ $|5| = 5$ $|-5| = 5$ $|0| = 0$

Zu jeder von null verschiedenen Zahl gibt es eine Zahl auf der Zahlengerade, die auf der anderen Seite der Null liegt und die gleiche Entfernung von Null hat. Diese Zahl heißt **Gegenzahl**.

Beispiele: -5 ist die Gegenzahl zu $+5$
$+3$ ist die Gegenzahl zu -3

Für das **Runden** ist nur die Ziffer von Bedeutung, die der Stelle, auf die gerundet werden soll, unmittelbar folgt.

Bei den Ziffern $\mathbf{0}, \mathbf{1}, \mathbf{2}, \mathbf{3}$ *und* $\mathbf{4}$ rundet man **ab**.

Bsp.: 15$\underline{2}$7≈1500
(gerundet auf Hunderter)

Bei den Ziffern $\mathbf{5}, \mathbf{6}, \mathbf{7}, \mathbf{8}$ *und* $\mathbf{9}$ rundet man **auf**.

Bsp.: 152$\underline{7}$≈1530
(gerundet auf Zehner)

Addition ganzer Zahlen: • Ganze Zahlen mit **gleichem Vorzeichen** werden addiert, indem man ihre Beträge addiert und dem Ergebnis das gemeinsame Vorzeichen gibt. Beispiele: $(+17)+(+29)=+46$ $(-17)+(-29)=-46$ • Ganze Zahlen mit **unterschiedlichen Vorzeichen** werden addiert, indem man vom größeren Betrag den kleineren Betrag subtrahiert und dem Ergebnis das Vorzeichen des betragsmäßig größeren Summanden gibt. Beispiele: $(+67)+(-56)=+11$ $(-67)+(-56)=-11$ **Subtraktion ganzer Zahlen:** Eine ganze Zahl wird subtrahiert, indem man ihre **Gegenzahl** addiert. Beispiele: $(+15)-(-8)=(+15)+(+8)=+23$ $(-60)-(+56)=(-60)+(-56)=-116$	**GW 5/3** **Ganze Zahlen (II)** **Addition und Subtraktion ganzer Zahlen**
• **Zwei** aufeinander folgende **gleiche** Zeichen können durch ein $+$ ersetzt werden. Beispiele: $(-12)+(+13)=-12+13=+1$ $(-12)-(-13)=-12+13=+1$ • **Zwei** aufeinander folgende **verschiedene** Zeichen können durch ein $-$ ersetzt werden. Beispiele: $(+12)-(+13)=+12-13=-1$ $(-12)+(-13)=-12-13=-25$	**GW 5/4** **Ganze Zahlen (III)** **Vereinfachung der Schreib-weise bei Addition und Subtraktion ganzer Zahlen**

GW 5/5 Ganze Zahlen (IV)

Multiplikation und Division ganzer Zahlen

Zwei ganze Zahlen werden multipliziert / dividiert, indem man ihre Beträge multipliziert / dividiert und dem Ergebnis als Vorzeichen ein

- $+$ gibt, wenn beide Zahlen **gleiche Vorzeichen** haben.
- $-$ gibt, wenn beide Zahlen **verschiedene Vorzeichen** haben.

Beispiele:

$(+3)\cdot(+2) = +6$

$(-3)\cdot(+2) = -6$

$(-3)\cdot(-2) = +6$

$(+24):(+2) = +12$

$(-24):(-2) = +12$

$(-24):(+2) = -12$

·	+	-
+	+	-
-	-	+

:	+	-
+	+	-
-	-	+

GW 5/6 Ganze Zahlen (V)

Grundrechenarten

Unter den **vier Grundrechenarten versteht** man die **Addition** und die **Subtraktion**, sowie die **Multiplikation** und die **Division**. Es gelten folgende Bezeichnungen:

Addition

$2 + 7 = 9$

1.Summand 2.Summand Summe

Subtraktion

$7 - 3 = 4$

Minuend Subtrahend Differenz

Multiplikation

$3 \cdot 5 = 15$

1.Faktor 2.Faktor Produkt

Division

$8 : 2 = 4$

Dividend Divisor Quotient

GW 5/7 Ganze Zahlen (VI)

Potenzen

Produkte mit lauter gleichen Faktoren lassen sich als Potenzen schreiben:

Basis Exponent

$$3\cdot3\cdot3\cdot3 = \underbrace{3^4}_{\text{Potenz}}$$

Potenzen mit Exponent 2 liefern **Quadratzahlen**: $1^2 = 1$, $2^2 = 4$, $3^2 = 9$, …

Potenzen mit Basis 10 liefern **Stufenzahlen**: $10^1 = 10$, $10^2 = 100$, $10^3 = 1000$, …

GW 5/8 Ganze Zahlen (VII)

Rechengesetze

Kommutativgesetz
In einer **Summe /** einem **Produkt** kann man die Summanden / Faktoren vertauschen, ohne dass sich der Wert der Summe / des Produkts verändert.

$$a + b + c = a + c + b \qquad a \cdot b \cdot c = a \cdot c \cdot b$$

Beispiele: $3 + 5 + 7 = 3 + 7 + 5 = 15$

$4 \cdot 3 \cdot 5 = 4 \cdot 5 \cdot 3 = 60$

Assoziativgesetz
In einer **Summe /** einem **Produkt** kann man mithilfe von Klammern die Rechenreihenfolge ändern, ohne dass sich der Wert der Summe / des Produkts verändert.

$$a + (b + c) = (a + b) + c \qquad (a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$

Beispiele: $3 + (7 + 5) = (3 + 7) + 5 = 15$

$(4 \cdot 2) \cdot 5 = 4 \cdot (2 \cdot 5) = 40$

Distributivgesetz
Wird auch Verteilungsgesetz genannt.

$$a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c)$$

Beispiel: $3 \cdot 4 + 3 \cdot 6 = 3 \cdot (4 + 6) = 3 \cdot 10 = 30$

GW 5/9 Ganze Zahlen (VIII)

Rechenregeln zur Berechnung von Termen

- Klammern haben absoluten Vorrang. Löse sie von innen nach außen auf.
- Potenzen werden vor den vier Grundrechenarten ($+ , - , \cdot , :$) berechnet.
- Punktrechnung ($\cdot$, $:$) vor Strichrechnung ($+$, $-$).
- Sind Rechenarten gleichberechtigt, so muss von links nach rechts gerechnet werden.

Merkspruch:
„Die Klammer ruft: Zuerst komm ich! Dann befolge Potenz vor Punkt vor Strich!“

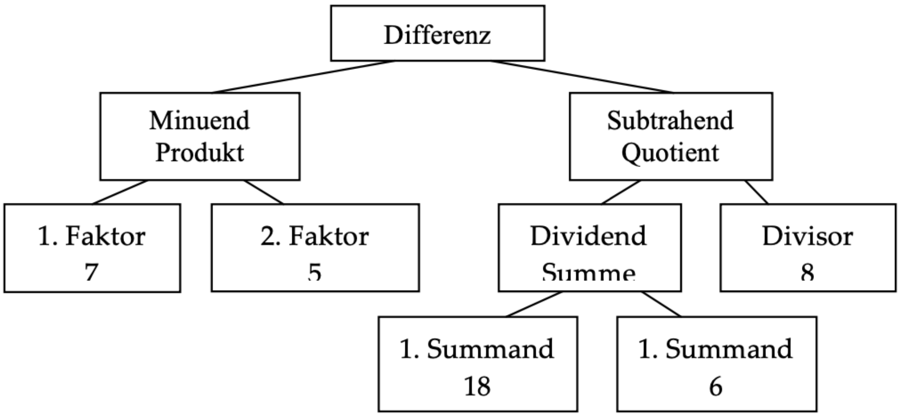
GW 5/10
Ganze Zahlen (IX)

Gliederung von Termen

Rechenausdrücke, die mit Zahlen, Platzhaltern, Klammern und Rechenzeichen gebildet werden, heißen **Terme**. Die zuletzt ausgeführte Rechnung legt die Art des Terms fest. Terme lassen sich mit Gliederungsbäumen oder in Wortform beschreiben.

Beispiel: $7 \cdot 5 - (18 + 6) : 8 =$

Art des Terms: **Differenz**



Subtrahiere vom Produkt der Zahlen 7 und 5 einen Quotienten, dessen Dividend die Summe der Zahlen 18 und 6 ist und die Zahl 8 als Divisor besitzt.

GW 5/11
Primzahlen

Primzahlen und Primfaktor-zerlegung

Primzahlen sind natürliche Zahlen, ausgenommen der Eins, welche nur durch Eins und sich selbst geteilt werden können.
Die Menge der Primzahlen {2; 3; 5; 7; 11; 13; 17; 19; 23; 29;…} ist unendlich groß.

Jede natürliche Zahl lässt sich eindeutig als Produkt aus lauter Primzahlpotenzen schreiben. Die Zerlegung heißt **Primfaktorzerlegung.**

Beispiele: $100 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 = 2^2 \cdot 5^2$

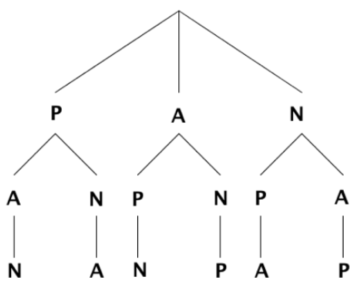
$455 = 5 \cdot 7 \cdot 13$

GW 5/12 Zählprinzip

Lässt sich ein Vorgang in Stufen zerlegen, so erhält man die Anzahl der verschiedenen Möglichkeiten, indem man die Anzahl der Möglichkeiten der einzelnen Stufen miteinander multipliziert.

Beispiel: Wie viele verschiedene Wörter mit drei Buchstaben kann man aus P, A und N bilden, wenn jeder Buchstabe genau einmal vorkommen darf?

Veranschaulichung mithilfe eines **Baumdiagramms**:



Es gibt insgesamt

$3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$ Möglichkeiten

Man kann das Produkt $3 \cdot 2 \cdot 1$ auch als $\mathbf{3}$**!** schreiben.
Man spricht drei **Fakultät.**

Zählprinzip

GW 5/13 Maßstab

Ist ein Modell oder eine Landkarte im **Maßstab** $\mathbf{1 : 3.000.000}$ (lies: „1 zu 3.000.000") abgebildet, so entspricht $1\ cm$ im Modell oder auf der Landkarte in Wirklichkeit $3.000.000\ cm$.

Beispiel:

Die Entfernung auf einer Landkarte zwischen zwei Städten beträgt 4 cm bei einem Maßstab von $1 : 3.000.000$. Berechne die Entfernung in der Wirklichkeit.

$3.000.000 \cdot 4cm = 12.000.000cm = 120.000m = 120km$

Maßstab

GW 5/14 Einheiten (I)

Für das Umwandeln von **Einheiten** gelten folgende Zusammenhänge:

- **Geld:**

  $€ \xrightleftharpoons[:100]{\cdot 100} \text{ct}$

- **Länge:**

  $\text{km} \xrightleftharpoons[:1000]{\cdot 1000} \text{m} \xrightleftharpoons[:10]{\cdot 10} \text{dm} \xrightleftharpoons[:10]{\cdot 10} \text{cm} \xrightleftharpoons[:10]{\cdot 10} \text{mm}$

- **Masse:**

  $\text{t} \xrightleftharpoons[:1000]{\cdot 1000} \text{kg} \xrightleftharpoons[:1000]{\cdot 1000} \text{g} \xrightleftharpoons[:1000]{\cdot 1000} \text{mg}$

- **Zeit:**

  $\text{d} \xrightleftharpoons[:24]{\cdot 24} \text{h} \xrightleftharpoons[:60]{\cdot 60} \text{min} \xrightleftharpoons[:60]{\cdot 60} \text{s}$

Geld, Länge, Masse und Zeit

GW 5/15 Einheiten (II)

Flächeneinheiten

Für das Umwandeln von **Flächeneinheiten** gelten folgende Zusammenhänge:

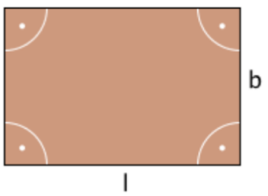
$$\mathrm{km^2} \underset{:100}{\overset{\cdot 100}{\rightleftarrows}} \mathrm{ha} \underset{:100}{\overset{\cdot 100}{\rightleftarrows}} \mathrm{a} \underset{:100}{\overset{\cdot 100}{\rightleftarrows}} \mathrm{m^2} \underset{:100}{\overset{\cdot 100}{\rightleftarrows}} \mathrm{dm^2}$$

$$\mathrm{dm^2} \underset{:100}{\overset{\cdot 100}{\rightleftarrows}} \mathrm{cm^2} \underset{:100}{\overset{\cdot 100}{\rightleftarrows}} \mathrm{mm^2}$$

GW 5/16 Flächen und Volumen (I)

Umfang und Flächeninhalt von Rechteck und Quadrat

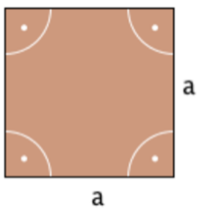
Rechteck



Umfang $U = 2 \cdot l + 2 \cdot b = 2 \cdot (l + b)$

Flächeninhalt $A = l \cdot b$

Quadrat



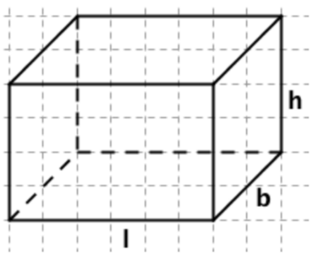
Umfang $U = 4 \cdot a$

Flächeninhalt $A = a \cdot a = a^2$

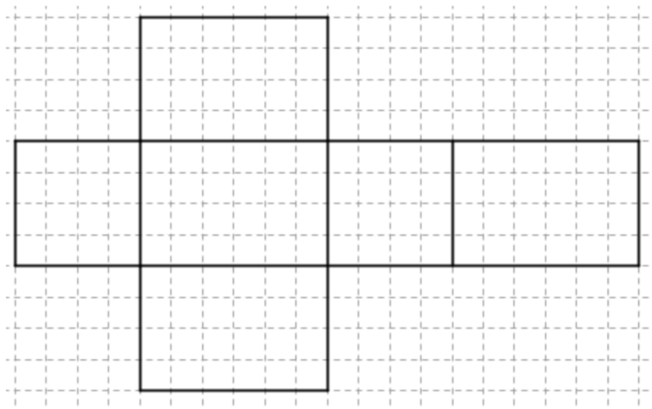
GW 5/17 Flächen und Volumen (II)

Würfel und Quader

Schrägbild eines Quaders



Netz eines Quaders



Oberflächeninhalt Quader

$O = 2 \cdot l \cdot b + 2 \cdot l \cdot h + 2 \cdot b \cdot h$

Oberflächeninhalt Würfel

$O = 6 \cdot a \cdot a = 6 \cdot a^2$

GW 5/18 Geometrie (I)

Koordinatensystem

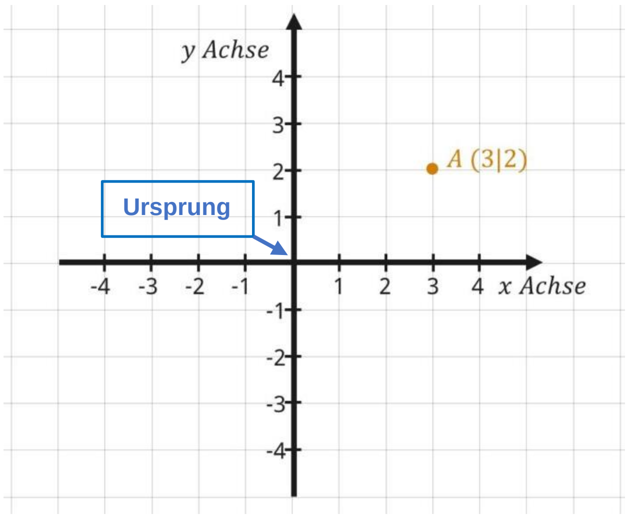
Um die Lage von Punkten in der Zeichenebene zu beschreiben, verwendet man zwei Zahlengerade, die senkrecht zueinander angeordnet sind.
Man erhält ein **Koordinatensystem**.

Jeder Punkt lässt sich durch ein Koordinatenpaar, bestehend aus x- und y-Koordinate, beschrieben.

Beispiel:

Der Punkt A hat die x-Koordinate 2 und die y-Koordinate 3.

kurz: $\boldsymbol{A}\ (\mathbf{2}/\mathbf{3})$



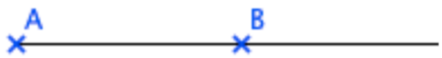
GW 5/19 Geometrie (II)

Strecke, Halbgerade, Gerade und Kreis

- Die **Strecke** $\overline{AB}$ ist die kürzeste Verbindung der beiden Punkte A und B.

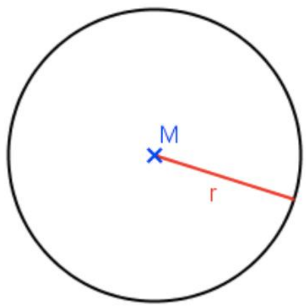
Länge der Strecke: $|\overline{AB}| = 3cm$

- **Halbgerade** $[AB$



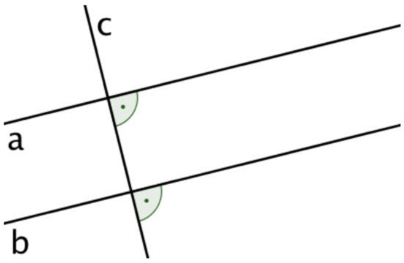
- **Gerade** AB

- Alle Punkte eines **Kreises** haben von seinem **Mittelpunkt M** den gleichen Abstand.
  Dieser Abstand heißt **Radius r** des Kreises.



GW 5/20 Geometrie (III)

Parallele, Senkrechte und Abstand

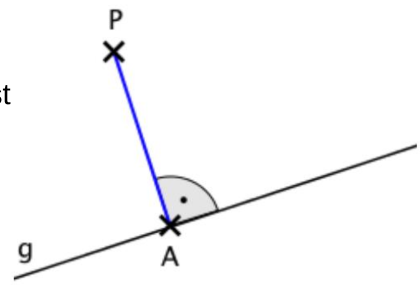


Die Geraden a und b sind zueinander **parallel.**
kurz: $\boldsymbol{a} \parallel \boldsymbol{b}$

Die Geraden a und b sind jeweils **senkrecht** zur Geraden c.
kurz: $\boldsymbol{a} \perp \boldsymbol{c}$ und $\boldsymbol{b} \perp \boldsymbol{c}$

Der **Abstand** des Punktes P von der Geraden g ist die kürzeste Entfernung des Punktes P von g.

$|\overline{AP}| = 2{,}6cm$



GW 5/21 Geometrie (IV)

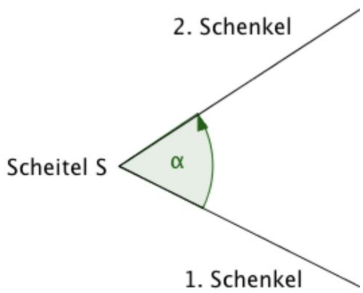
Winkel

Zwei Halbgeraden mit demselben Anfangspunkt bilden einen **Winkel.**

Winkel werden mit kleinen griechischen Buchstaben bezeichnet.:

$\alpha\ (alpha)$ $\beta\ (beta)$ $\gamma\ (gamma)$

$\delta\ (delta)$ $\varepsilon\ (epsilon)$



Winkelarten: